Croissance géométrique des allocations

Jean-Marc Bourguet
jm@bourguet.org

15 octobre 2006

L'objectif de ce court document est d'expliquer pourquoi quand on alloue une structure de taille croissante en progression géométrique, il vaut mieux le faire avec un facteur inférieur à $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618\ldots$. J'ai vu cette idée mentionnée pour la première fois dans une discussion sur comp.lang.c++.moderated.

On alloue de la mémoire en progression géométrique : Mf^0, Mf^1, Mf^2, $\ldots Mf^n$ et on désire que la prochaine allocation de Mf^{n+1} puisse se faire dans l'espace libéré précédemment : $\sum_{i=0}^{n-1} Mf^i$. La première allocation M étant un facteur commun, on peut le simplifier. Il faut donc :

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^{n-1} f^i &\geq f^{n+1} \\
\frac{f^n - 1}{f-1} &\geq f^{n+1} \\
f^n - 1 &\geq f^{n+2} - f^{n+1} \\
f^{n+1} + f^n &\geq f^{n+2} - 1 \\
1 + f &\geq f^2 - \frac{1}{f^n}
\end{aligned}$$

f étant supérieur à 1, pour n tendant vers l'infini f^n tend aussi vers l'infini, on peut donc ignorer $\frac{1}{f^n}$ et il reste

$$1 + f \geq f^2$$

inéquation du second degré dont qui est vraie pour

$$\frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq f \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$$

Naturellement, rien ne garanti que l'allocateur pourra effectivement réutiliser la mémoire libérée. En particulier, il ne pourra pas le faire si elle ne forme pas un bloc contigu.

Plus f est petit, moins il faudra utiliser de blocs précédemment utilisés. Le minimum est de deux blocs pour $f \leq 1.324\ldots$ (racine de $f^3 \leq 1 + f$), pour $f \leq 1.465\ldots$ (racine de $f^4 \leq 1 + f + f^2$) il faut trois blocs et pour $f \leq 1.534\ldots$ (racine de $f^5 \leq 1 + f + f^2 + f^3$) il faut quatre blocs.

Historique

11 octobre 2006 version initiale

15 octobre 2006 absence de garantie de réutilisation, valeur numérique de ϕ et quelques bornes supplémentaires.